**Corrigé**

**1.** $C(0) = 0{,}12 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$, car l'eau était potable avant l'incident.

**2.** $y' + 0{,}01y = 0{,}045 \Leftrightarrow y' = -0{,}01y + 0{,}045$

$$\Leftrightarrow y(t) = ke^{-0{,}01t} - \frac{0{,}045}{-0{,}01}$$

$$\Leftrightarrow y(t) = ke^{-0{,}01t} + 4{,}5, \text{ avec } k \in \mathbb{R}.$$

De plus, on a :

$C(0) = 0{,}12 \Leftrightarrow ke^0 + 4{,}5 = 0{,}12 \Leftrightarrow k = 0{,}12 - 4{,}5$

$\Leftrightarrow k = -4{,}38.$

La salinité vérifie donc, pour tout $t \geqslant 0$ :

$$C(t) = -4{,}38\text{e}^{-0{,}01t} + 4{,}5.$$

**3. a.** $C'(t) = -4{,}38 \times (-0{,}01) \times \text{e}^{-0{,}01t} = 0{,}0438\text{e}^{-0{,}01t}$

Ainsi, pour tout réel $t$ positif, $C'(t) > 0$, donc la fonction $C$ est strictement croissante sur $[0\,;+\infty[$.

**b.** $C(60) = -4{,}38\text{e}^{-0{,}01\times 60} + 4{,}5 \approx 2{,}10 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$.

**c.** $\lim\limits_{t \to +\infty} -0{,}01t = -\infty$, donc $\lim\limits_{t \to +\infty} \text{e}^{-0{,}01t} = 0$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} C(t) = 4{,}5$.

Sans aucune intervention la salinité se rapprochera de $4{,}5 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$.

**4.** On résout l'inéquation :

$C(t) \leqslant 3{,}9 \Leftrightarrow -4{,}38\text{e}^{-0{,}01t} + 4{,}5 \leqslant 3{,}9$

$$\Leftrightarrow -4{,}38\text{e}^{-0{,}01t} \leqslant -0{,}6 \Leftrightarrow \text{e}^{-0{,}01t} \geqslant \frac{0{,}6}{4{,}38}$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\text{e}^{-0{,}01t}\right) \geqslant \ln\left(\frac{0{,}6}{4{,}38}\right) \Leftrightarrow -0{,}01t \geqslant \ln\left(\frac{0{,}6}{4{,}38}\right)$$

$$\Leftrightarrow t \leqslant -\frac{\ln\left(\frac{0{,}6}{4{,}38}\right)}{0{,}01} \Leftrightarrow t \leqslant -100 \ln\left(\frac{0{,}6}{4{,}38}\right)$$

$$\Leftrightarrow t \leqslant 100 \ln(7{,}3).$$

On a utilisé le fait que la fonction ln est strictement croissante sur $]0\,;+\infty[$.

De plus, $100 \ln(7{,}3) \approx 198{,}8$, le service de surveillance dispose donc d'à peu près 199 minutes, c'est-à-dire à peu près 3 heures et 19 minutes pour arrêter l'arrivée d'eau salée.